

Аннотация к рабочим программам дисциплин
основной образовательной программы высшего образования
по направлению подготовки
01.06.01 Математика и механика
с направленностью 01.01.04 – Геометрия и топология

Обязательная (базовая) часть

**История
и философия
науки**

Цель изучения дисциплины - понять объективную логику истории и философии науки, их место и роль в культуре, познакомиться с основными направлениями, школами и этапами развития; сформировать целостное представление о проблемах современной философии науки; развить навыки видения и учёта философских оснований научного исследования и его результатов; сформировать активную гражданскую позицию молодого ученого. Программа состоит из трёх разделов: 1) Общие проблемы философии науки; 2) История той отрасли науки и научной специальности, в которой работает аспирант; 3) Современные философские проблемы научной отрасли и специальности, в которой работает аспирант.

В первом разделе рассматриваются вопросы, общие для аспирантов всех специальностей (с учетом естественнонаучного, технического или социально-гуманитарного профиля подготовки); о предмете и основных концепциях современной философии науки, о науке в культуре современной цивилизации, о структуре научного знания, динамике науки как процессе порождения нового знания, научных традициях и научных революциях, типах научной рациональности, особенностях современного этапа развития науки, перспективах научно-технического прогресса, науке как социальном институте, основных направлениях развития науки.

Во втором блоке отражаются философские вопросы возникновения науки и этапы исторической эволюции соответствующей отрасли научных знаний и научной специальности в культурном, философско-методологическом и онтологическом ключе.

Третий раздел посвящен современным философским проблемам научной отрасли и специальности, в которой работает аспирант. Философия по отношению к науке выполняет методологические и мировоззренческие функции.

**Иностранный
язык**

Данная дисциплина необходима для расширения языковой компетенции в сфере иноязычной культуры профессионального общения и повышения общего культурного уровня.

Дисциплина предусматривает овладение языковой нормой в рамках курса, избирательностью и вариативностью в выборе языковых средств, восприятием иностранной речи на слух, навыками делового общения в рамках выбранного направления.

Вариативная часть

Специальная дисциплина:

Геометрия и топология

Топология гладких многообразий. Гомотопическая эквивалентность. Гомотопические классы отображений. Фундаментальная группа топологического пространства. Гомологии и когомологии. Когомологии ДеРама и Чеха. Когомологии проективных пространств. Гомологии многообразий Грассмана, клетки Шуберта. Накрытия. Лемма о накрывающей гомотопии. Универсальное накрытие. Накрытие и фундаментальная группа. Аксиома о накрывающей гомотопии и расслоение в смысле Серра. Локально тривиальные расслоения. Точная гомотопическая последовательность расслоения. Основные понятия теории препятствий (препятствующий коцикл и первое препятствие к сечению расслоения). Дифференциальная геометрия. Теория кривых и поверхностей в трехмерном пространстве: натуральный параметр, кривизна и кручение кривой, формулы Френе, первая и вторая квадратичные формы поверхности, гауссова и средняя кривизны, главные направления и главные кривизны, теорема Менье и формула Эйлера. Деривационные формулы. Риманова метрика и римановы многообразия. Подмногообразия в евклидовом пространстве и индуцированная метрика. Геометрия Лобачевского. Проективная геометрия. Геометрические структуры на гладких многообразиях: риманова, почти комплексная, эрмитова, комплексная, кэлерова. Понятие о препятствиях к существованию структур. Симплектическая структура. Примеры симплектических многообразий. Теорема Дарбу. Существование почти комплексной структуры на симплектическом многообразии. Скобка Пуассона. Примеры пуассоновых многообразий. Гамильтоновы векторные поля и гамильтоновы системы. Первые интегралы гамильтоновых систем. Контактные структуры и контактные многообразия. Примеры. Слоения и распределения. Теорема Фробениуса.

Педагогика и психология высшей школы

Изучение курса по проблемам педагогики высшей школы предполагает овладение знаниями о педагогической деятельности. Теоретические знания, которыми овладевают аспиранты, дают возможность познакомиться с существенными характеристиками этой деятельности, сформулировать свою педагогическую позицию. Изучение курса способствует пониманию педагогических основ процесса развития обучающегося как будущего профессионала, грамотной организации педагогического процесса в различных типах учебных заведений и его совершенствованию в изменяющихся социально-экономических условиях.

Дисциплины по выбору:

Расслоенные пространства и связности

Расслоенные пространства. Морфизмы расслоений. Произведения и суммы Уитни расслоений. Локально тривиальные расслоения. Векторные расслоения. Главные расслоенные пространства. Ассоциированные расслоения. Связности в главном расслоенном пространстве. Параллельный перенос слоёв вдоль кривой в главном расслоенном пространстве. Группы голономии. Форма кривизны и структурное уравнение связности в главном расслоенном пространстве. Отображения связностей. Теорема редукции. Теорема о голономии. Плоские связности. Инвариантные связности. Связности векторном расслоении. Ковариантная производная для связности в векторном расслоении. Линейные связности.

Примеры. Тензоры кручения и кривизны линейной связности и их свойства. Выражения связности, тензоров кручения и кривизны в локальных координатах. Тожество Бьянки. Параллельный перенос линейной связности. Аффинные связности. Геодезические линейной связности. Символы Кристоффеля. Аффинные отображения и аффинные преобразования. Инфинитезимальные аффинные преобразования. Римановы связности. Тензор кривизны Римана, тензор Риччи и скалярная кривизна. Характеристические классы. Гомоморфизм Вейля. Инвариантные полиномы. Классы Черна. Классы Понтрягина. Классы Эйлера.

Риманова геометрия

Римановы многообразия. Существование римановой структуры. Риманова связность. Связность Леви-Чевита, ее существование. Пример римановой связности и параллельного переноса на сфере. Геодезические и нормальные координаты. Тожества для кривизн. Тензор Риччи и скалярная кривизна. Секционная кривизна. Эйнштейновы метрики. Конформно эквивалентные метрики Подмногообразия в R^n . Иммерсии и вложения. Гиперповерхности в R^n . Первая и вторая фундаментальные формы. Формулы Гаусса и Вейнгартена. Гауссова и средняя кривизны, главные направления и главные кривизны.

Группы и алгебры Ли

Определение группы Ли. Примеры матричных групп Ли. Пример нематричной группы Ли. Гомоморфизмы групп Ли. Подгруппы Ли. Алгебра Ли. Примеры алгебр Ли. Левоинвариантные векторные поля и их свойства. Алгебра Ли группы Ли. Примеры алгебр Ли матричных групп. Алгебра Ли группы вращений трехмерного пространства. Структурные константы алгебры Ли. Матричная экспонента. Однопараметрические подгруппы. Нормальные координаты. Левоинвариантные формы на группе Ли и их свойства. Каноническая форма Маурера-Картана. Накрывающие пространства. Элементы теории представлений. Инвариантные подпространства. Неприводимые, вполне приводимые пространства. Теорема Шура. Матричные элементы представлений. Присоединенное представление. Форма Киллинга-Картана. Пример группы $SU(2)$. Полупростые алгебры Ли. Разрешимые и нильпотентные алгебры Ли. Структура полупростых алгебр Ли. Подалгебра Картана. Корни. Примеры.

Геометрия однородных пространств

Группа Ли. Действие группы на многообразии. Однородное пространство. Транзитивное действие. Стационарная подгруппа. Грассманово многообразие. (Вещественно, комплексно, кватернионно) проективное пространство, многообразие Штифеля. Риманово однородное пространство. Форма Киллинга-Картана. Инвариантная метрика на однородном пространстве. Кривизна Римана. Кривизна Риччи. Скалярная кривизна. Понятие симметрического пространства. Примеры симметрических пространств. Классификация симметрических пространств.

Технологии профессионально-ориентированного обучения

Цель освоения дисциплины: дать общее теоретическое и практическое представление о современных технологиях профессионально - ориентированного обучения, которые могут использоваться в системе профильной и высшей школы. В основе курса – теоретический и

практический блоки, позволяющие расширить и систематизировать знания аспирантов в области современных образовательных технологий, а также помочь педагогам в выборе оптимальной стратегии преподавания в зависимости от уровня подготовки обучающихся. Рассматриваются основные вопросы: традиционные («Технология полного усвоения знаний», «Технология уровневой дифференциации», «Технология концентрированного обучения», «Технология модульного и проблемно-модульного обучения», «Технология КОС» и др.) и нетрадиционные технологии обучения («Технология «УниверСАМ инноваций», «Технология создания шпаргалки», «Технология витагенного обучения с голографическим методом проекций» и др.); методические и технологические проблемы современной дидактики высшей школы (на примерах ряда конкретных дисциплин); анализируются основные виды и формы учебной деятельности преподавателя в вузе (технологии подачи учебного материала в виде нестандартных лекционных и практических занятий); рассматривается влияние содержания конкретной дисциплины на выбор технологии обучения

**Нормативно-
правовые
основы
высшего
образования**

Образовательное законодательство РФ и особенности. Федеральные государственные образовательные стандарты. Нормативно-правовые и организационные основы деятельности образовательных учреждений. Правовой статус преподавателей и обучающихся. Правовое регулирование управления качеством образования. Основные правовые акты международного образовательного законодательства и правовые аспекты вхождения российского образования в мировое образовательное пространство.