Министерство образования и науки РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Кемеровский государственный университет»
Математический факультет

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по научной работе и
информатизации
_____________ К.Е. Афанасьев
«25» 05 _____________ 2012 г.

ПРОГРАММА
кандидатского экзамена
по специальности 01.01.02. «ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ, ДИНАМИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ И ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ»

КЭ.А.03; цикл КЭ.А.00 «Кандидатские экзамены» основной образовательной программы подготовки аспиранта по отрасли 01.00.00. – Физико-математические науки, специальность 01.01.02 – Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

Кемерово 2012

Программа составлена на основании паспорта научной специальности 01.01.02 – Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление, в соответствии: с программой-минимум кандидатского экзамена по специальности 01.01.02 «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление», утвержденной приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 08.10.2007 г. № 274 «Об утверждении программ кандидатских экзаменов», и учебным планом ФГБОУ ВПО «Кемеровский государственный университет» по основной образовательной программе аспирантской подготовки.

Составители программы: Кучер Н.А., д.ф-м.н., профессор, заведующий кафедрой дифференциальных уравнений; Прокудин Д.А. к.ф.-м.н., доцент кафедры дифференциальных уравнений.

Программа утверждена на заседании Ученого совета математического факультета протокол № 9 от 23.05.12

Декан математического факультета
д.ф-м.н., профессор Данилов Н.Н.

Общие положения

Программа кандидатского экзамена по специальности 01.01.02 – Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление предназначена для аспирантов (соискателей степени кандидата наук) в качестве руководящего учебно-методического документа для целенаправленной подготовки к сдаче кандидатского экзамена.

Цель экзамена – установить глубину профессиональных знаний соискателя ученой степени, уровень подготовленности к самостоятельной научно-исследовательской работе. Сдача кандидатского экзамена по специальности обязательна для присуждения ученой степени кандидата наук.

В основу настоящей программы положены некоторые разделы обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений с частными производными.

Данная программа представляет собой базовую часть кандидатского экзамена по специальности. Дополнительная часть кандидатского экзамена по специальности разрабатывается индивидуально для каждого аспиранта или соискателя с учетом области его научных исследований и темы диссертационной работы и утверждается Ученым Советом факультета.

Кандидатский экзамен по специальности 01.01.02 – Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление сдается на третьем году обучения в аспирантуре в сроки, определенные учебным планом по специальности.

Для проведения экзамена приказом ректора (проректора по научной работе) создается экзаменационная комиссия, которая формируется из высококвалифицированных научно-педагогических и научных кадров, включая научных руководителей аспирантов по представлению заведующего кафедрой дифференциальных уравнений. Комиссия правомочна принимать кандидатский экзамен, если в её заседании участвуют не менее двух специалистов по профилю принимаемого экзамена, в том числе один доктор наук. При приеме экзамена могут присутствовать члены соответствующего диссертационного совета организации, где принимается экзамен, ректор, проректор, декан, представители министерства или ведомства, которому подчинена организация.

Кандидатский экзамен проводится по усмотрению экзаменационной комиссии по билетам или без билетов. Для подготовки ответа аспирант (соискатель ученой степени) использует экзаменационные листы, которые сохраняются после приема экзамена в течение года.

На каждого соискателя ученой степени заполняется протокол приема кандидатского экзамена, в который вносятся вопросы билетов и вопросы, заданные соискателю членами комиссии.

Уровень знаний соискателя ученой степени оценивается на «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Протокол приема кандидатского экзамена подписывается членами комиссии с указанием их ученой степени, ученого звания, занимаемой должности и специальности согласно номенклатуре специальностей научных работников.

Протоколы заседаний экзаменационных комиссий после утверждения ректором (проректором по науке) ФГБОУ ВПО «Кемеровский государственный университет» хранятся по месту сдачи кандидатского экзамена. О сдаче кандидатского экзамена выдается удостоверение установленной формы.

СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ

1. Обыкновенные дифференциальные уравнения

Теорема существования и единственности решения задачи Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений.

Гладкость решения задачи Коши по начальным данным и параметрам, входящим в правые части системы уравнений. Продолжение решения.

Общая теория линейных уравнений и систем (область существования решения, фундаментальная матрица Коши, формула Лиувилля-Остроградского, метод вариации постоянных и др.).

Автономные системы уравнений. Положения равновесия. Предельные циклы.

Устойчивость по Ляпунову. Теорема Ляпунова об устойчивости положения равновесия по первому приближению.

Задачи оптимального управления. Принцип максимума Понтрягина (без доказательства), приложение к задачам быстродействия для линейных систем.

Краевая задача для линейного уравнения или системы уравнений. Функция Грина. Представление решения краевой задачи.

Задача Штурма-Лиувилля для уравнения второго порядка. Свойства собственных функций.

Системы обыкновенных дифференциальных уравнений с комплексными аргументами. Доказательство теоремы существования и единственности аналитического решения методом мажорант.

Дифференциальные уравнения с разрывной правой частью. Теорема существования и единственности решения при условиях Каратеодори.

Линейные и квазилинейные уравнения с частными производными первого порядка. Характеристики. Задача Коши. Теория Гамильтона-Якоби.

2. Уравнения с частными производными

Системы уравнений с частными производными типа Ковалевской. Аналитические решения. Теория Коши-Ковалевской.

Классификация линейных уравнений второго порядка на плоскости. Характеристики.

Задача Коши и начально-краевые задачи для волнового уравнения и методы их решения. Свойства решений (характеристический конус, конечность скорости распространения волн, характер переднего и заднего фронтов волны и др.)

Задачи Дирихле и Неймана для уравнения Пуассона и методы их решения. Свойства решений (принцип максимума, гладкость, теоремы о среднем и др.)

Задача Коши и начально-краевые задачи для уравнения теплопроводности и методы их решения. Свойства решений (принцип максимума, бесконечная скорость распространения, функция источника и др.)

Обобщенные функции. Свертка обобщенных функций, преобразование Фурье.

Слабая сходимость в пространствах Лебера Lp.Основные теоремы.

Пространства Соболева W_p^m. Теоремы вложения, следы функций из W_p^m на границе области.

Компактность в пространствах Соболева (Вложения, теоремы компактности, теорема Реллиха).

Меры концентрации. Меры дефекта. Уточнения леммы Фату.

Меры осцилляций. Меры Юнга. Меры расслаивания.

Выпуклые множества и отделимость. Выпуклые функции. Поточечная верхняя грань непрерывных аффинных функций.

Сопряженные функции.

Обобщенные решения краевык задач для эллиптического уравнения второго порядка. Задачи на собственные функции и собственные значения.

Нелинейные гиперболические уравнения. Основные свойства.

Монотонные нелинейные эллиптические уравнения. Основные свойства.

Монотонные нелинейные параболические уравнения. Основные свойства.

Управление в эллиптических вариационных задачах. Непосредственные приложения.

Граничные управление и наблюдение. Ограничение на состояние системы.

Теоремы существования оптимального управления.

Эволюционные уравнения. Задачи управления. Примеры.

Граничное управление и граничное наблюдение для системы, описываемой смешанной задачей Дирихле. Управляемость.

Теоремы существования оптимального управления. Оптимальное быстродействие.

Метод компенсированной компактности (Гармонические отображения на сферах. Усреднение уравнений дивергентного вида. Монотонность и метод Минта-Браудера в L2. Лемма «ротор-дивергенция». Эллиптические системы. Законы сохранения. Обобщение леммы «ротор-дивергенция».)

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

Список основной литературы

1. Владимиров, В.С. Уравнения математической физики / В.С. Владимиров, В.В. Жаринов. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004.
2. Владимиров, В.С. Сборник задач по уравнениям математической физики / В.С. Владимиров. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003.
3. Михлин, С.Г. Курс математической физики / С. Г. Михлин. – СПб.: Лань, 2002.
4. Никифоров, А.Ф. Лекции по уравнениям и методам математической физики / А.Ф. Никифоров. – Долгопрудный: Интеллект, 2009.
3. Трикоми, Ф. Дифференциальные уравнения / Ф. Трикоми. – М.: Едиториал УРСС, 2010.
4. Федорюк М.В. Обыкновенные дифференциальные уравнения / М. В. Федорюк. – СПб.: Лань, 2003.
5. Эльсгольц, Л.Э. Обыкновенные дифференциальные уравнения / Л. Э. Эльсгольц. – СПб.: Лань, 2002.
6. Коддингтон, Э.А. Теория обыкновенных дифференциальных уравнений / Э.А. Коддингтон, Н. Левинсон. – М.: URSS, 2007.
7. Матвеев, П.Н. Лекции по аналитической теории дифференциальных уравнений / П.Н. Матвеев. – СПб.: Лань, 2008.
8. Кучер, Н.А. Стационарные задачи механики вязких сжимаемых сред I / Н.А. Кучер, Д.А. Прокудин. – Кемерово: Кемеровский государственный университет, 2011.
9. Алексеев, Г.В. Оптимизация в стационарных задачах тепломассопереноса и магнитной гидродинамики. / Г.В. Алексеев. – М.: Научный мир, 2010.
10. Матвеев, А.С. Оптимальные системы управления: Обыкновенные дифференциальные уравнения. Специальные задачи / А. С. Матвеев, В. А. Якубович. – СПб.: Изд-во СПбГУ, 2003.
11. Треногин, В.А. Функциональный анализ / В.А. Треногин. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002.

Список дополнительной литературы

1. Арнольд, В.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения / В.И. Арнольд. – М.: Наука, 1971.
2. Мартинсон, Л.К. Дифференциальные уравнения математической физики / Л.К. Мартинсон, Ю.И. Малов. – М.: Изд-во МГТУ, 1996.
3. Петровский, И.Г. Лекции об уравнениях с частными производными / И.Г. Петровский. – М.: Наука, 1961.
4. Тихонов, А.Н. Дифференциальные уравнения / А.Н. Тихонов, А.Б. Васильева, А.Г. Свешников. – М.: Наука, 1985.
5. Тихонов, А.Н. Уравнения математической физики / А.Н. Тихонов, А.А. Самарский. – М.: МГУ им. М.В. Ломоносова, 2004.

6. Шубин, М.А. Псевдодифференциальные операторы и спектральная теория / М.А. Шубин. – М.: Наука, 1978.
8. Михайлов, В.П. Дифференциальные уравнения в частных производных / В.П. Михайлов. – М.: Наука, 1976.
9. Пикулин, В.П. Практический курс по уравнениям математической физики / В.П. Пикулин, С.И. Похожаев. – М.: Наука, 1995.
10. Понтрягин, Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения / Л.С. Понтрягин. – И.: НИЦ "Регулярная и хаотическая динамика", 2001.
11. Понтрягин, Л.С. Математическая теория оптимальных процессов / Л.С. Понтрягин, В.Г. Болтянский, Р.В. Гамкрелидзе, Е.Ф. Мищенко. – М.: Наука, 1963.
12. Федорюк, М.В. Обыкновенные дифференциальные уравнения / М.В. Федорюк. – М.: Наука, 1980.
13. Филиппов, А.Ф. Дифференциальные уравнения с разрывной правой частью / А.Ф. Филиппов. – М.: Физматлит., 1985.
14. Feizesl, E.Singular Limits in Thermodynamics of Viscous Fluids / E. Feireisl, A. Novotny. - Basel Boston. Berliu: Bizrhausez, 2009.
15. Лионс, Ж.-Л. Некоторые методы решения нелинейных краевых задач / Ж.-Л. Лионс. – М.: Едиториал УРСС, 2010.
16. Эванс Л. К. Уравнения с частными производными. Новосибирск: Рожковская (Университетская серия; Т. 7), 2003.
17. Иосида, К. Функциональный анализ / К. Иосида. – М.: ЛКИ, 2010.